

SÉRIE TECNOLOGIA MINERAL

**Análise de modelo
cinético**
*Flotação verdadeira e
arraste. Influência do
tamanho das partículas*

FERNANDO ANTUNES GASPAR PITA

SÉRIE TECNOLOGIA MINERAL

Análise de modelo cinético

Flotação verdadeira e arraste. Influência do tamanho das partículas

PRESIDÊNCIA DA REPÚBLICA

Luiz Inácio Lula da Silva

José Alencar Gomes da Silva

Vice-Presidente

MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA

Sérgio Rezende

Ministro da Ciência e Tecnologia

Luís Manuel Rebelo Fernandes

Secretário Executivo

Avílio Franco

Secretário de Coordenação das Unidades de Pesquisa

CETEM – CENTRO DE TECNOLOGIA MINERAL

Adão Benvindo da Luz

Diretor do CETEM

Ronaldo Luiz Correa dos Santos

Coordenador de Processos Metalúrgicos e Ambientais

Zuleica Carmen Castilhos

Coordenadora de Planejamento, Acompanhamento e Avaliação

João Alves Sampaio

Coordenador de Processos Minerais

Antônio Rodrigues de Campos

Coordenador de Apoio à Micro e Pequena Empresa

Arnaldo Alcover Neto

Coordenador de Análises Minerais

Cosme Antonio de Moraes Regly

Coordenador de Administração

SÉRIE TECNOLOGIA MINERAL

ISSN 0103-7382

ISBN 85-7227-238-4

STM-85

Análise de Modelo Cinético *Flotação Verdadeira e Arraste. Influência do Tamanho das Partículas*

Fernando Antunes Gaspar Pita

Engenheiro de Minas, M.Sc. e D.sc. em Mineralurgia, Professor
Auxiliar do Departamento de Ciências da Terra da Faculdade de
Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

CETEM/MCT

2006

SÉRIE TECNOLOGIA MINERAL

Mario Valente Possa

Editor

Roberto de Barros Emery Trindade

Subeditor

CONSELHO EDITORIAL

Arnaldo Alcover Neto (CETEM), Cláudio Schneider (CETEM), Fernando Freitas Lins (CETEM), Regina Carrisso (CETEM), Reiner Neumann (CETEM), Ronaldo Luiz Correia dos Santos (CETEM), Achilles Junqueira Bourdot Dutra (UFRJ), Antonio E. Clark Peres (UFMG), José Aury de Aquino (CDTN), José Farias de Oliveira (UFRJ), Lino Rodrigues de Freitas (CVRD), Luciano Tadeu da Silva Ramos (CVRD), Mário Rui Machado Leite (IGM-Portugal), Maurício Leonardo Torem (PUC-Rio).

A Série Tecnologia Mineral publica trabalhos na área mineiro-metalúrgica. Tem como objetivo principal difundir os resultados das investigações técnico-científicas decorrentes dos projetos desenvolvidos no CETEM.

O conteúdo deste trabalho é de responsabilidade exclusiva do(s) autor(es).

Jackson de Figueiredo Neto

Coordenação editorial

Maria Helena Hatschbach

Revisão textual

Thatyana Pimentel Rodrigo de Freitas

Revisão de provas

Ana Sofia Mariz

Capa e Editoração eletrônica

Pita, Fernando Antunes Gaspar

Análise de modelo cinético: flotação verdadeira e arraste, influência do tamanho das partículas/Fernando Antunes G. Pita. — Rio de Janeiro: CETEM/MCT, 2006.

33p. (Série Estudos e Documentos; 85)

1. Flotação. I. 2. Modelo Cinético. 3. Tamanho de partículas. I. Centro de Tecnologia Mineral. II. Título. III Série.

CDD – 622.7

SUMÁRIO

RESUMO/ABSTRACT ▶ 6

1 | INTRODUÇÃO ▶ 8

2 | DESCRIÇÃO DO MODELO CINÉTICO ▶ 14

3 | APLICAÇÃO DO MODELO CINÉTICO ▶ 18

**4 | RECUPERAÇÕES POR ARRASTE E POR FLOTAÇÃO VERDADEIRA
DETERMINADAS PELO MODELO CINÉTICO E PELO MODELO DE
ROSS ▶ 27**

4.1 | Recuperação por arraste ▶ 27

4.2 | Recuperação por flotação verdadeira ▶ 29

5 | CONCLUSÕES ▶ 32

6 | BIBLIOGRAFIA ▶ 33

RESUMO

O sucesso do processo de flotação depende de muitas variáveis, sendo a composição mineralógica e o tamanho das partículas dois dos mais importantes parâmetros. Enquanto a composição mineralógica influencia fundamentalmente a flotação verdadeira, o tamanho das partículas influencia não apenas a flotação verdadeira mas, também, o grau de arraste, sendo esse, particularmente, prejudicial no beneficiamento de partículas finas.

Apresentamos um modelo cinético de flotação por espumas, cujas constantes cinéticas de flotação dependem da composição mineralógica e da distribuição de tamanhos das partículas do minério. O modelo estima a recuperação, o rendimento em peso e o teor com o tempo de flotação. Além disso, na estimativa da recuperação, o modelo apresenta os valores estimados das recuperações por ação da flotação verdadeira e do arraste, contemplando a influência do tamanho das partículas nestes dois processos.

Em ensaios batch, apenas com condicionamento inicial, as condições de flotabilidade dos minerais e a estabilidade da espuma degradam-se ao longo tempo de ensaio. Esse comportamento é contemplado pelo modelo cinético.

Comparamos as recuperações por arraste e por flotação verdadeira estimadas

ABSTRACT

Success of the flotation process depends on many variables, of which the mineralogical composition and the particle size are two of the most important. While the mineralogical composition influences fundamentally the true flotation, the particle size influences not just the true flotation but also the degree of entrainment, and it has a particularly penalty effect on the beneficiation of fine particles.

In the model of froth flotation proposed, the kinetic flotation constants depend on the mineralogical and the size composition of ore. This model estimates the recovery, the weight yield and the grade as functions of time. Furthermore, this model estimates the recovery by true flotation and entrainment, taking into account the influence of the size of the particles in these two processes.

In batch tests, the conditions for the floatation of the minerals and the stability of the froth degrade with time. This behaviour is contemplated in the model proposed.

The recovery by true flotation and by entrainment, calculated by the proposed model, was compared with the Ross model (1990) predictions.

The batch tests were conducted in a column in order to float the main penalty minerals (quartz, goethite, ilmenite, tourmaline and rutile) of a kaolin ore.

pelo modelo cinético e aquelas estimadas pelo modelo de Ross (1990).

Os ensaios batch de flotação foram realizados numa coluna com um minério de caulim, procurando flotar as impurezas minerais (quartzo, goetita, ilmenita, turmalina e rutilo).

O tamanho das partículas influencia fortemente o processo de flotação. A taxa de flotação aumenta linearmente com o tamanho das partículas, e a taxa de arraste diminui logarithmicamente com o tamanho das partículas.

Em ensaios batch, onde se observa a degradação das condições de flotação com o tempo, as taxas de flotação e de arraste diminuem ao longo do tempo.

Palavras-chave: flotação, arraste, flotação verdadeira, modelo cinético, tamanho das partículas.

The size of the particles strongly influences the flotation process. The flotation rate increases linearly with the size and the entrainment rate decreases logarithmically with the size of the particles.

In batch tests, where degradation of the flotation conditions with time are observed, the flotation rate and the entrainment decrease along the time.

Keywords: flotation, entrainment, kinetic model, particle size, true flotation.

1 | INTRODUÇÃO

São muitas as variáveis envolvidas no processo de flotação. Elas podem estar integradas em dois grupos: umas relacionadas com a alimentação; e as outras, relacionadas com a operação do processo. Devido à sua complexidade, à interação entre as variáveis envolvidas e ao fato do processo de flotação não ser visível, o seu controle torna-se difícil. Neste contexto, os modelos matemáticos que incorporam a recuperação e a taxa de flotação, que descrevem o perfil da recuperação em função do tempo, constituem uma excelente ferramenta na previsão da influência daquelas variáveis. São muitos os exemplos, na literatura, que demonstram a eficiência destes tipos de modelos no estudo das variáveis que controlam o processo da flotação e da previsão da recuperação em função do tempo. Dowling et al. (1985) apresentam um trabalho acerca da aplicação de treze modelos cinéticos à flotação em ensaios batch de um minério cuprífero.

Geralmente os modelos cinéticos aplicados à flotação não levam em consideração a complexidade dos fenômenos ocorridos na polpa; tratam simplesmente a flotação como um processo dinâmico, sem considerarem a interação física das variáveis envolvidas e sem considerarem, separadamente, a contribuição da flotação verdadeira e do arraste.

O tamanho das partículas influencia fortemente o processo de flotação, quer a flotação verdadeira, quer o arraste. Apresentamos um modelo cinético, baseado na constituição mineralógica do material, que contempla a influência do tamanho das partículas na flotação verdadeira e no arraste. O modelo é aplicado à flotação simultânea de vários minerais, determinando-se os seus respectivos graus de flotabilidade e levando em consideração a influência do tamanho das partículas na flotação verdadeira e no arraste. Para este efeito, analisamos o comportamento de quatro frações granulométricas: $<25\mu\text{m}$; $25\text{-}45\mu\text{m}$; $45\text{-}63\mu\text{m}$; e $>63\mu\text{m}$.

Os dados apresentados neste trabalho resultam de ensaios de flotação em coluna, em escala de laboratório, das impurezas minerais contidas em um caulim. Na Figura 1 é apresentado o esquema da coluna utilizada, tendo ela uma altura de 3,4m e um diâmetro de 0,072m.

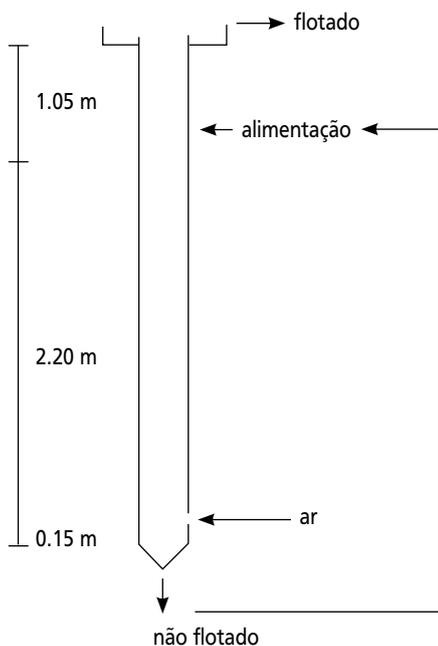


Figura 1 - Esquema da coluna utilizada em escala de laboratório.

Os reagentes utilizados e a sua concentração são apresentados na Tabela 1. O condicionamento foi realizado em um tanque condicionador e, em seguida, a polpa foi introduzida na coluna, onde o processo de flotação era iniciado após a adição de ar. O material não flotado retornava à coluna e o flotado era recolhido ao longo do ensaio, originando cinco frações de material, correspondentes aos intervalos de tempo: 0-0,5; 0,5-1; 1-2; 2-4; e 4-8 minutos.

Tabela 1 - Tipo e concentração de reagentes.

	Reagente	Concentração
Regulador de pH (pH=9,5)	NaOH	-
Dispersante	Silicato de Sódio	0,9mL/kg
Coletor	Ácido Oléico	2,9 mL/kg
Ativador	Petróleo	0,7 mL/kg
Porcentagem de sólidos (peso)		17,5%

O controle do processo foi realizado a partir dos teores em óxido de ferro, óxido de titânio e óxido de manganês do produto flotado. As recuperações acumuladas desses três óxidos, os seus respectivos teores acumulados e o rendimento em peso constituem o conjunto de valores experimentais utilizados.

Com o conhecimento da constituição mineralógica e granulométrica do caulim, e dos teores dos três óxidos, foi possível calcular a distribuição dos óxidos nas quatro frações granulométricas analisadas.

Com base na constituição mineralógica e nas condições de trabalho do processo de flotação (Pita, 2000), podemos considerar a existência de cinco minerais com comportamento hidrofóbico: quartzo, goetita, ilmenita, turmalina e rutilo. Os outros minerais apresentam comportamento hidrofílico e são: caulinita; feldspato; muscovita, e aluminossilicatos de ferro. Isto significa que as recuperações por flotação verdadeira dos óxidos de ferro, de titânio e de manganês resultam apenas da flotação dos minerais com comportamento hidrofóbico. No entanto, também os minerais com comportamento hidrofílico contribuem para as recuperações daqueles três óxidos, pois eles são arrastados. Separando os minerais existentes em dois grupos, minerais flotáveis e minerais não flotáveis, é apresentada na Tabela 2, para cada fração granulométrica e para a amostra total, a distribuição de cada um dos três óxidos pelos dois grupos de minerais.

As recuperações de cada um dos três óxidos dependem da concentração de cada um dos seus minerais portadores, nas quatro frações granulométricas e do seu respetivo grau de flotabilidade.

Além da estimativa da recuperação total ao longo do tempo, o modelo cinético apresentado permite também estimar a evolução das recuperações por arraste e por flotação verdadeira. Esses dois modos de transferência de material, determinados pelo modelo cinético apresentado, são comparados com as recuperações determinadas pelo método clássico de Ross (1990).

Tabela 2 - Distribuição percentual, em cada fração granulométrica e na amostra total, do óxido de ferro, de titânio e de manganês, nos dois tipos de minerais (PITA, 2000).

		Frações granulométricas (μm)				TOTAL
		< 25	25-45	45-63	> 63	
FeO (%)	Minerais flotáveis	14,59	53,78	59,65	67,58	15,75
	Minerais não flotáveis	85,41	46,22	40,35	32,42	84,25
	TOTAL	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
TiO ₂ (%)	Minerais flotáveis	51,01	92,58	88,91	89,35	51,92
	Minerais não flotáveis	49,99	7,42	11,09	10,65	48,08
	TOTAL	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
MnO (%)	Minerais flotáveis	52,90	89,54	85,19	89,84	55,30
	Minerais não flotáveis	47,10	10,46	14,81	10,16	44,70
	TOTAL	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

No modelo de Ross, o cálculo da contribuição do arraste é feito com base no balanço das recuperações de água e de mineral ao longo do tempo. As recuperações da espécie mineral a flotar, e da água e suas respectivas concentrações na polpa, permitem determinar o fator de transferência devido à flotação e ao arraste, designado por fator de transferência total $Y(t)$, através da equação:

$$Y(t) = \frac{M_m(t)}{M_{\acute{a}gua}(t)} \times \frac{C_{\acute{a}gua}(t)}{C_m(t)} \quad (1)$$

em que $M_m(t)$ e $M_{\acute{a}gua}(t)$ representam, respectivamente, a massa da espécie mineral a flotar e a massa de água recuperadas durante o tempo t ; e $C_m(t)$ e $C_{\acute{a}gua}(t)$ representam, respectivamente, a concentração da espécie mineral a flotar e da água na polpa. Admitindo que para elevado tempo de flotação (t_∞) a recuperação resulta exclusivamente por ação do arraste, o valor do fator de transferência total, $Y(t_\infty)$, que descreve a classificação diferencial do sólido arrastado e da água, coincide com o valor do fator de transferência devido ao arraste, $X(t_\infty)$, sendo esse dado pela equação:

$$X(t_\infty) = \frac{M_{arr}(t_\infty)}{M_{\acute{a}gua}(t_\infty)} \times \frac{C_{\acute{a}gua}(t_\infty)}{C_m(t_\infty)} \quad (2)$$

em que $M_{arr}(t)$ representa a massa de mineral recuperada por arraste.

A representação dos valores do fator de transferência total, num gráfico do tipo $Y(t)$ versus **tempo**, permite determinar o valor do fator de arraste, $X(t)$, para $t=t_\infty$ e para um qualquer instante da flotação. Para isso, traça-se uma reta tangente em $Y(t_\infty)$ à curva representativa dos valores de $Y(t)$. Na Figura 2 está representada a metodologia proposta por Ross.

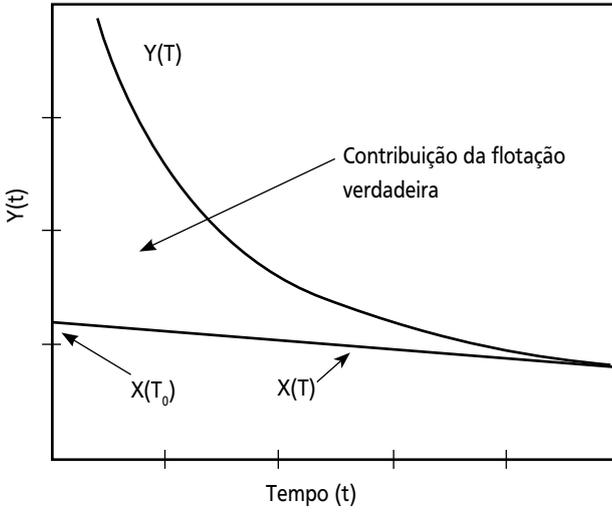


Figura 2 - Determinação da flotação verdadeira e do arraste pelo método de Ross (1990).

2 | DESCRIÇÃO DO MODELO CINÉTICO

Para o desenvolvimento do modelo cinético, aplicado aos três óxidos, partimos da contribuição de cada mineral, em todas as frações granulométricas, para cada um daqueles óxidos.

O processo de flotação pode ser dividido em flotação verdadeira e arraste. Assim, quando se pretende analisar o processo de flotação levando em consideração a flotação verdadeira e o arraste, a equação que traduz a cinética do processo de flotação, de apenas uma espécie mineral, pode ser escrita:

$$\frac{dC}{dt} = -(k_f + k_{arr}) \times C \quad (3)$$

em que C representa a concentração na polpa da espécie mineral a flotar, dC/dt representa a variação da concentração da espécie mineral a flotar, ao longo do tempo (que permite determinar a sua recuperação), k_f representa a taxa constante de flotação verdadeira e k_{arr} representa a taxa constante de arraste. No presente estudo, C representa a concentração de cada um dos três óxidos referidos anteriormente.

Existindo mais do que um mineral a flotar, e se C resultar da contribuição destes minerais, a taxa total de flotação (k_f) será função da taxa constante de flotação individual de cada mineral (i). Assim, a evolução da concentração (C_i) de cada óxido sob a espécie mineral (i) é dada pela equação:

$$\frac{dC_i}{dt} = -(k_{fi} \times C_i + k_{arr} \times C_i) \quad (4)$$

em que k_{fi} representa a taxa constante de flotação da espécie mineral i , e k_{arr} representa a taxa constante de arraste, sendo igual para todos os minerais. Assim, para um intervalo de tempo dt , a evolução da concentração total de cada óxido será dada por:

$$\frac{dC}{dt} = \sum_{i=1}^n (-k_{fi} \times C_i - k_{arr} \times C_i) \quad (5)$$

Considerando não apenas a distribuição de cada óxido por cada mineral (i), mas também a sua distribuição por frações granulométricas (j), a equação que traduz a evolução da concentração de cada óxido em cada mineral e em cada fração granulométrica resulta:

$$\frac{dC_{ij}}{dt} = -k_{fij} \times C_{ij} - k_{arrj} \times C_{ij} \quad (6)$$

em que C_{ij} representa a concentração do óxido na polpa existente no mineral (i) e na fração granulométrica (j), $k_{fij} \times C_{ij}$ traduz a contribuição da flotação verdadeira e $k_{arrj} \times C_{ij}$ a contribuição do arraste. A taxa constante de flotação depende do tipo de mineral e do tamanho das partículas, e a taxa constante de arraste depende apenas do tamanho das partículas.

A variação da concentração de cada óxido na polpa, no intervalo de tempo dt , que resulta da flotação e do arraste de todos os minerais existentes nas várias frações granulométricas, é dada pela equação seguinte:

$$\frac{dC}{dt} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (-k_{fij} \times C_{ij} - k_{arrj} \times C_{ij}) \quad (7)$$

Como já mencionado, o processo de flotação é fortemente condicionado pelo tamanho das partículas. Tomlinson e Fleming (1963), Reay e Ratcliff (1973, 1975), Anfruns e Kitchener (1977), Finch e Dobby (1990) e Nguyen Van (1993) referem que a probabilidade de colisão das partículas com as bolhas é proporcional ao quadrado da relação entre o tamanho das partículas e o tamanho das bolhas. No entanto, para ocorrer flotação,

é necessário que após a formação dos agregados partículas-bolhas, esses não sejam destruídos. Holtham e Cheng (1991) verificaram que a probabilidade de destruição dos agregados partículas-bolhas é proporcional ao tamanho das partículas. Do balanço destes dois efeitos opostos do tamanho das partículas no processo de flotação, podemos admitir que a taxa de flotação de um qualquer mineral hidrofóbico é proporcional ao seu tamanho. Assim, pode-se admitir que para cada um dos minerais, e para cada fração granulométrica, a sua taxa constante de flotação (k_{fij}) está relacionada com o tamanho das partículas, do seguinte modo:

$$k_{fij} = k_{fi} \times D_{pj} \quad (8)$$

em que D_{pj} representa o tamanho das partículas e k_{fi} representa a constante de proporcionalidade, que designamos por coeficiente de taxa de flotação de cada mineral.

Também o grau de arraste depende do tamanho das partículas. Com base nos trabalhos de Kirjavainen (1988, 1989, 1992), admitimos que o grau de arraste diminui logaritmicamente com o tamanho das partículas, apresentando a taxa constante de arraste (k_{arrj}) a seguinte relação com o tamanho das partículas:

$$k_{arrj} = AR \times (1 - 0,17 \times \log(D_{pj})) \quad (9)$$

em que AR é o coeficiente de arraste, sendo igual para todos os minerais e para todas as frações granulométricas.

Assim, em presença de várias espécies minerais com diferentes graus de flotabilidade, e considerando a influência do tamanho das partículas na flotação verdadeira e no arraste, a equação final que traduz a variação da concentração de cada óxido na polpa é a seguinte:

$$\frac{dC}{dt} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (- (k_{fi} \times D_{pj} + AR \times (1 - 0,17 \times \log(D_{pj}))) \times C_{ij}) \quad (10)$$

e a concentração total de cada óxido na polpa no instante t pode ser obtida pela equação:

$$C(t) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (C_{oij} \times e^{-(k_{fi} \times D_{pj} + AR \times (1 - 0,17 \times \log(D_{pj}))) \times t}) \quad (11)$$

em que C_{oij} representa a concentração inicial de óxido no mineral i com tamanho j . No presente estudo, podemos também definir C_{oij} como sendo a contribuição do mineral i com tamanho j para um dos três óxidos, isto é, óxido de ferro, de titânio e de manganês. Para cada óxido, o somatório dos valores de C_{oij} é igual à unidade.

O modelo estima a evolução das recuperações de cada óxido, calculando a evolução da concentração do óxido existente em cada mineral ($C_i(t)$). Assim, a partir do valor do teor em óxido de cada um dos minerais existentes, é possível determinar a evolução da concentração de cada mineral, ou seja, é também possível estimar as recuperações de cada um dos minerais. Isto significa que é também possível estimar a evolução do rendimento em peso, pois este resulta das recuperações de todos os minerais existentes.

Uma vez que se consegue estimar as recuperações de cada mineral e os rendimentos em peso, e como são conhecidos os teores em óxidos de cada mineral, é também possível estimar os teores em óxidos do produto flotado.

Os parâmetros a determinar são os coeficientes de flotação (k_{fi}) de cada um dos cinco minerais flotáveis e o coeficiente de arraste (AR), que é comum para todos os minerais.

3 | APLICAÇÃO DO MODELO CINÉTICO

Uma vez que o modelo contempla a influência do tamanho das partículas, admitimos que o tamanho médio das partículas pertencentes à fração inferior a $25\mu\text{m}$ é de $2\mu\text{m}$; o tamanho médio da fração $25\text{-}45\mu\text{m}$ é de $35\mu\text{m}$; o da fração $45\text{-}63\mu\text{m}$ é de $54\mu\text{m}$ e o das partículas pertencentes à fração superior a $63\mu\text{m}$ é de $80\mu\text{m}$.

Admitimos a existência de cinco minerais flotáveis (quartzo, goetita, ilmenita, turmalina e rutilo), apresentando diferentes graus de flotabilidade, isto é, apresentando diferentes coeficientes de flotação (k_{ij}).

Para testar o modelo cinético, são ajustados simultaneamente o rendimento em peso do óxido de ferro, as recuperações do óxido de ferro, óxido de titânio e óxido de manganês e os seus respectivos teores no produto flotado. Observamos ajustes, apenas razoáveis, apresentando alguma instabilidade, pois obtêm-se várias soluções. Apesar desta instabilidade, cada um dos conjuntos de soluções conduz a semelhantes ajustes.

Embora se tenham realizado vários ensaios de flotação, os resultados apresentados apenas se referem a um ensaio de flotação. Nas Figuras 3a, 3b e 3c são representados os valores experimentais do rendimento em peso do óxido de ferro, das recuperações e dos teores, respectivamente, de óxido de ferro, óxido de titânio e óxido de manganês, ao longo do tempo, e os valores gerados pelo modelo. Na Figura 3a, são apresentados ainda três conjuntos de parâmetros para três mínimos encontrados, em que k_i representa o coeficiente da taxa de flotação de cada mineral hidrofóbico. O índice 1 corresponde ao quartzo, o 2 à goetita, o 3 à ilmenita, o 4 à turmalina e o 5 ao rutilo. O parâmetro AR representa o coeficiente de arraste. Apesar de alguma instabilidade do modelo, relativamente aos valores dos coeficientes da taxa de flotação da turmalina e do rutilo, verificamos que os outros parâmetros apresentam valores constantes. A ilmenita e a turmalina são os minerais

com maior grau de flotabilidade, pois apresentam maior valor para o coeficiente da taxa de flotação.

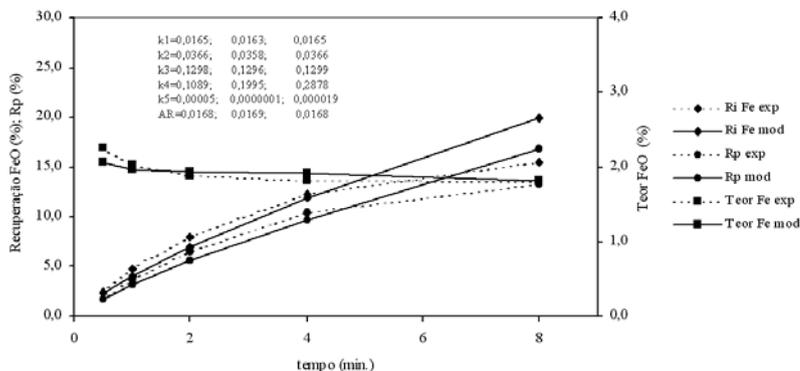


Figura 3a - Ajuste do modelo cinético, de cinco famílias de minerais hidrofóbicos, ao rendimento em peso, à recuperação e ao teor do óxido de ferro.

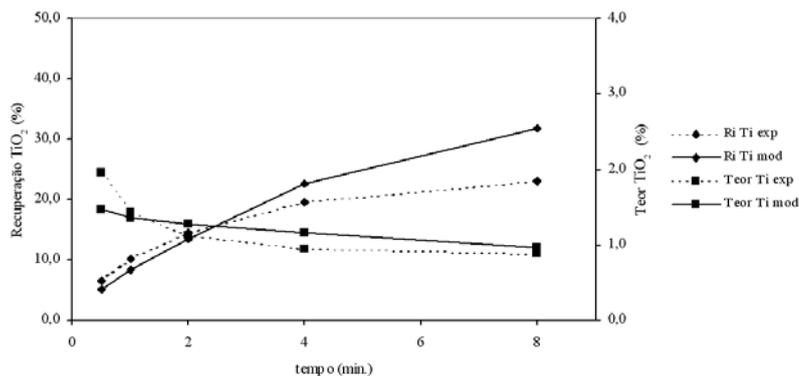


Figura 3b - Ajuste do modelo cinético, de cinco famílias de minerais hidrofóbicos, à recuperação e ao teor do óxido de titânio.

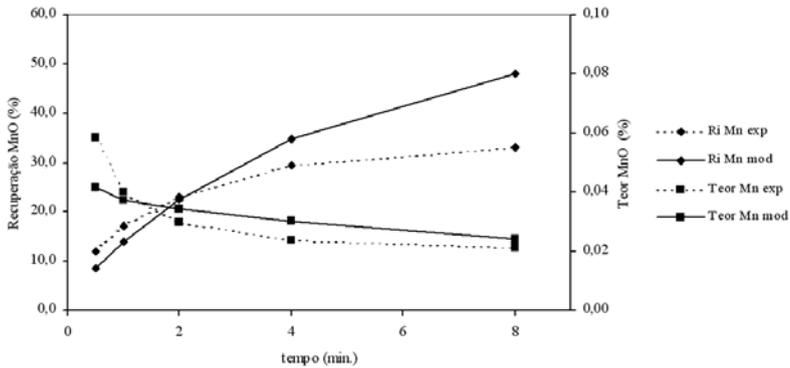


Figura 3c - Ajuste do modelo cinético, de cinco famílias de minerais hidrofóbicos, à recuperação e ao teor do óxido de manganês.

A média dos erros relativos é de 15,1%, significando que a qualidade do ajuste é apenas razoável. Nos primeiros instantes, os valores estimados são inferiores aos valores experimentais, acontecendo o inverso para um maior tempo de flotação.

Uma vez que nos ensaios laboratoriais *batch* em coluna apenas se fez adição inicial de espumante, observamos a perda de estabilidade da espuma ao longo do ensaio, tendo aumentado a intensidade de drenagem. Deste modo, podemos afirmar que a taxa de recuperação diminui com o tempo. Também, Feteris *et al.* (1987) verificaram que na flotação de galena em ensaios *batch*, para diferentes alturas de espuma, o coeficiente da taxa global de flotação diminui linearmente com o tempo. Assim, admitindo que a taxa de flotação e de arraste diminui com o tempo, introduzimos no modelo anterior um parâmetro que leva em consideração este comportamento, conforme equação:

$$C(t) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \left(C_{oij} \times e^{-(k_{fi} \times D_p + AR \times (1 - 0,17 \times \log(D_p))) \times t} \times e^{(bt)} \right) \quad (12)$$

em que **b** é um parâmetro que traduz o efeito do tempo no processo de flotação, não apenas na perda de estabilidade da

espuma mas, também, na degradação das condições operadas na zona da polpa. Admitimos que a influência da degradação das condições de flotação, ao longo do tempo, na massa de material recuperado, seja descrita por uma relação exponencial. Com a inclusão no modelo cinético do parâmetro b (variação das condições de flotação ao longo do tempo), melhoramos a qualidade do ajuste. Porém, continua a observar-se alguma instabilidade do modelo, notadamente em relação aos valores dos coeficientes de flotação da turmalina e do rutilo. Nas Figuras 4a, 4b e 4c representamos os valores experimentais do rendimento em peso do óxido de ferro, das recuperações e dos teores, respectivamente do óxido de ferro, óxido de titânio e óxido de manganês, e os valores gerados pelo modelo. Na Figura 4a, apresentamos também três conjuntos de parâmetros para três mínimos encontrados.

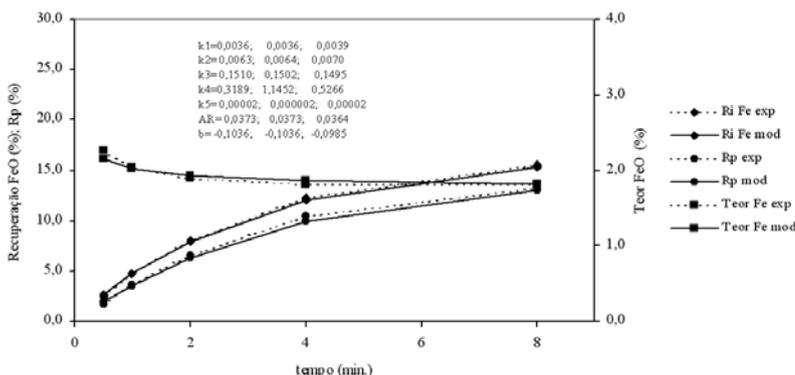


Figura 4a - Ajuste do modelo cinético, de cinco famílias de minerais hidrofóbicos, e contemplando a degradação das condições de flotação ao longo do ensaio, ao rendimento em peso, à recuperação e ao teor do óxido de ferro.

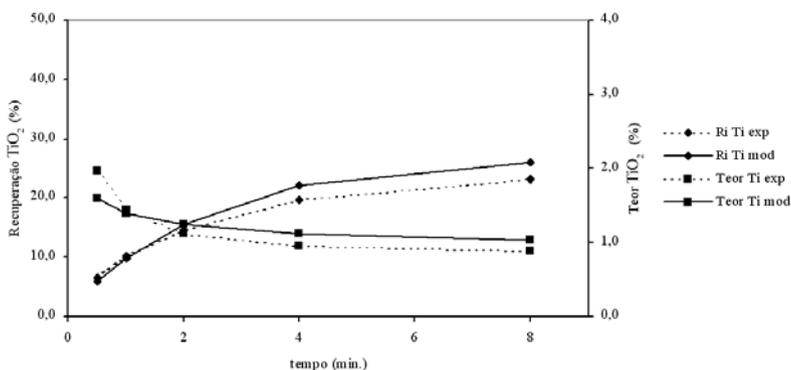


Figura 4b - Ajuste do modelo cinético, de cinco famílias de minerais hidrofóbicos, e contemplando a degradação das condições de flotação ao longo do ensaio, à recuperação e ao teor do óxido de titânio.

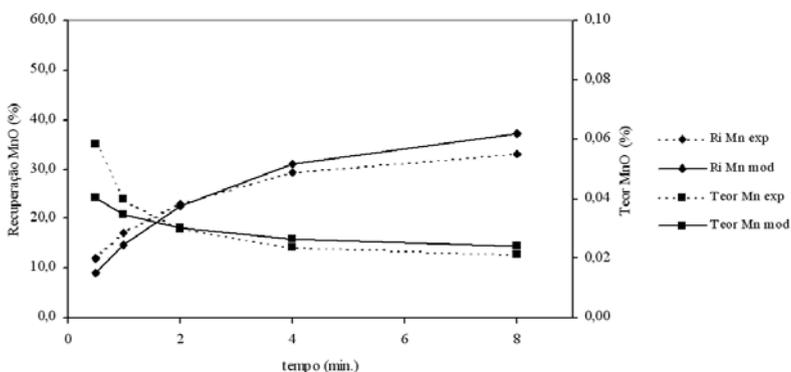


Figura 4c - Ajuste do modelo cinético, de cinco famílias de minerais hidrofóbicos, e contemplando a degradação das condições de flotação ao longo do ensaio, à recuperação e ao teor do óxido de manganês.

Os coeficientes de flotação do quartzo, goetita e da ilmenita apresentam valores constantes. O parâmetro b apresenta valor negativo, indicando a diminuição da taxa de recuperação dos minerais hidrofóbicos com o tempo, resultado da degradação das condições existentes na zona da espuma e na polpa.

A qualidade do ajuste deste modelo (equação 12) é melhor que a do modelo anterior (equação 11), apresentando o valor de 8,5%

para a média dos erros relativos, significando uma boa aderência entre os valores experimentais e os valores estimados.

Uma vez que os dois modelos anteriores apresentam alguma instabilidade, agrupamos alguns dos minerais hidrofóbicos, admitindo, portanto, que alguns daqueles minerais apresentam o mesmo grau de flotabilidade. Depois de analisar todas as possíveis associações de minerais hidrofóbicos, verificamos que o agrupamento em duas famílias de minerais hidrofóbicos, uma constituída pelo quartzo, goetita e rutilo e a outra, constituída pela ilmenita e turmalina, conduzia aos melhores resultados, isto é, ajuste com maior robustez e com melhor aderência entre os valores estimados e os valores experimentais.

Relativamente ao modelo que não contempla o efeito do tempo (equação 11), representamos nas Figuras 5a, 5b e 5c o ajuste global do modelo ao rendimento em peso do óxido de ferro, às recuperações e aos teores, respectivamente, do óxido de ferro, óxido de titânio e óxido de manganês. Em que k_1 representa o coeficiente da taxa de flotação do quartzo, goetita e rutilo e k_2 representa o coeficiente da taxa de flotação da ilmenita e da turmalina. Comparando com os resultados das Figuras 3, observamos que a qualidade do ajuste diminui ligeiramente, mas o modelo mostra-se robusto, pois quaisquer que sejam os valores de partida, mantém-se constante o conjunto dos valores dos parâmetros que minimizam a função objetivo.

Verificamos que o segundo conjunto de minerais, constituído pela ilmenita e pela turmalina, apresenta maior grau de flotabilidade.

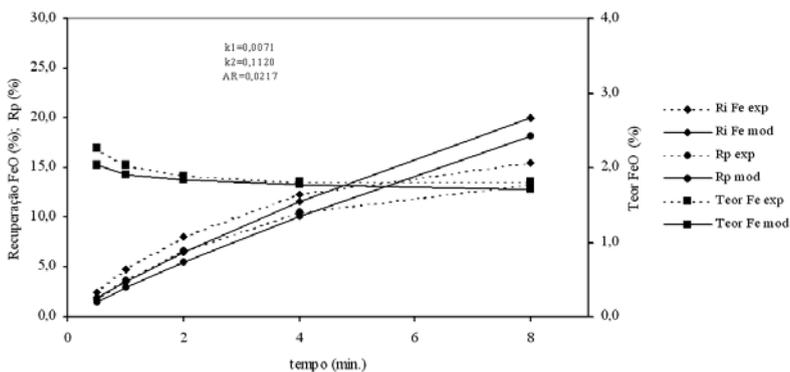


Figura 5a - Ajuste do modelo cinético, de duas famílias de minerais hidrofóbicos, ao rendimento em peso, à recuperação e ao teor do óxido de ferro.

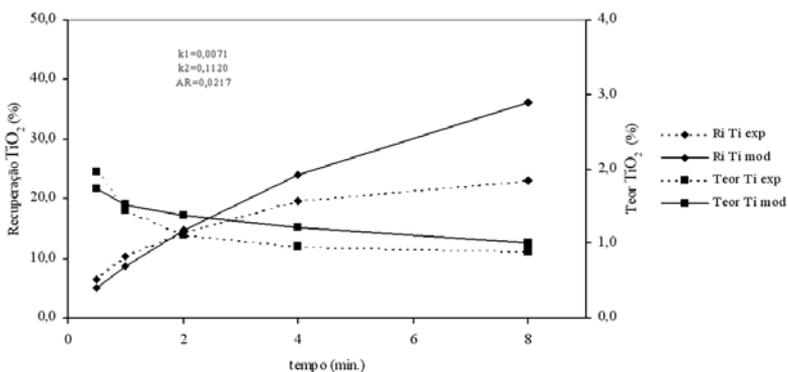


Figura 5b - Ajuste do modelo cinético, de duas famílias de minerais hidrofóbicos, à recuperação e ao teor do óxido de titânio.

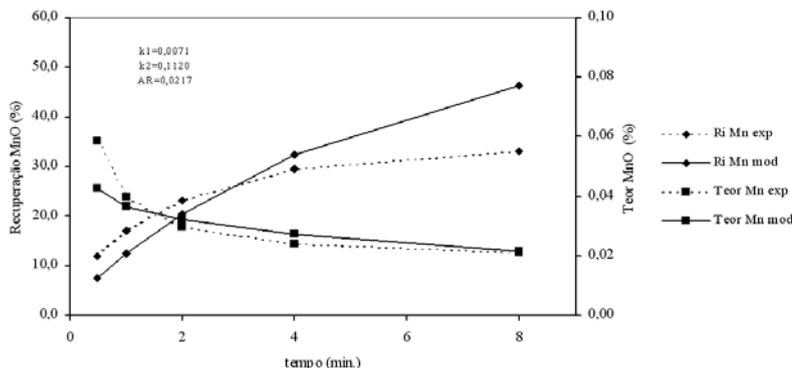


Figura 5c - Ajuste do modelo cinético, de duas famílias de minerais hidrofóbicos, à recuperação e ao teor do óxido de manganês.

Se para aqueles dois conjuntos de minerais hidrofóbicos admitirmos que os coeficientes da taxa de flotação e de arraste dependem exponencialmente do tempo de flotação (equação 12), obtêm-se ajustes de melhor qualidade, observando-se, no entanto, ainda alguma instabilidade do algoritmo de otimização. Nas Figuras 6a, 6b e 6c representamos o ajuste global deste modelo ao rendimento em peso do óxido de ferro, às recuperações e aos teores dos três óxidos, respectivamente, do óxido de ferro, do óxido de titânio e do óxido de manganês.

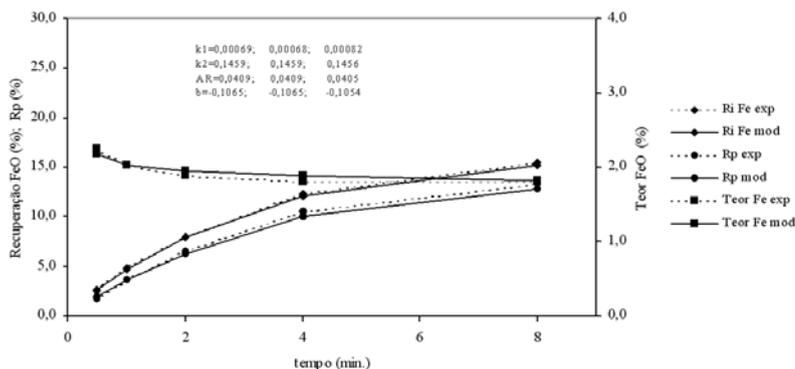


Figura 6a - Ajuste do modelo cinético, de duas famílias de minerais hidrofóbicos, e contemplando adequação das condições de flotação ao longo do ensaio, ao rendimento em peso, à recuperação e ao teor do óxido de ferro.

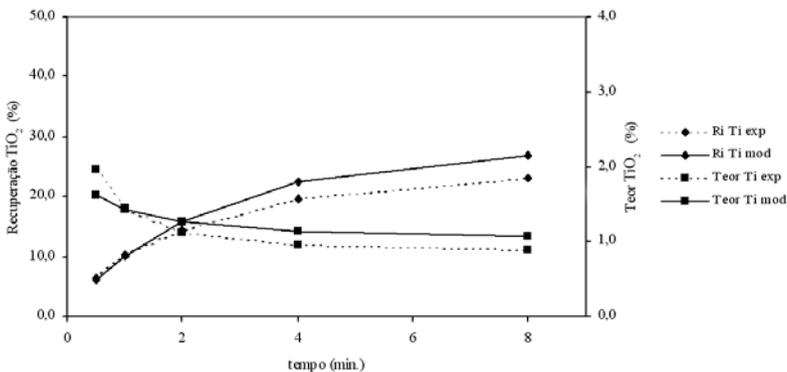


Figura 6b - Ajuste do modelo cinético, de duas famílias de minerais hidrofóbicos, e contemplando a degradação das condições de flotação ao longo do ensaio, à recuperação e ao teor do óxido de titânio.

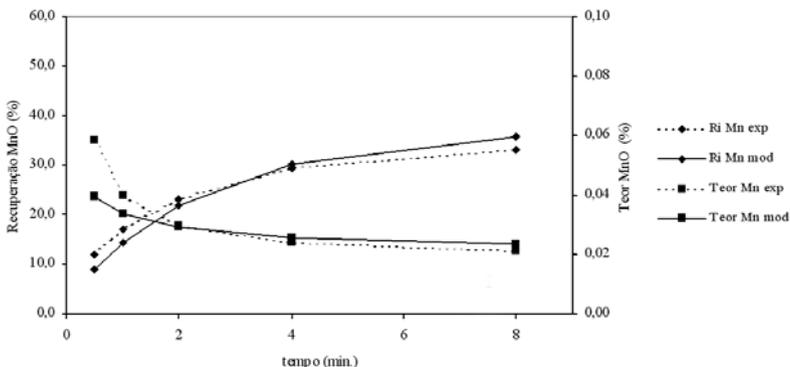


Figura 6c - Ajuste do modelo cinético, de duas famílias de minerais hidrofóbicos, e contemplando a degradação das condições de flotação ao longo do ensaio, à recuperação e ao teor do óxido de manganês.

A qualidade do ajuste é razoável e semelhante à do ajuste quando consideramos que os cinco minerais hidrofóbicos apresentam diferentes graus de flotabilidade. O valor da média dos erros relativos é de 8,7%. O modelo mostra-se robusto, pois são quase constantes os valores dos seus parâmetros. Verificamos, novamente, que a família de minerais constituída pela ilmenita e turmalina apresenta um coeficiente de flotação muito maior que o da outra família (quartzo, goetita e rutilo).

4 | RECUPERAÇÕES POR ARRASTE E POR FLOTAÇÃO VERDADEIRA DETERMINADAS PELO MODELO CINÉTICO E PELO MODELO DE ROSS

Em seguida, comparamos as recuperações por arraste e por flotação verdadeira dos três óxidos, estimadas pelo modelo de Ross (1990) e pelos modelos cinéticos propostos no presente trabalho (equações 11 e 12). Esses últimos foram classificados em quatro tipos: mod 5fam, modelo de cinco famílias (cinco k_i), e mod 2fam, modelo de duas famílias (dois k_i), que não levam em consideração a degradação das condições de flotação ao longo do tempo; e mod 5fam (t), modelo de cinco famílias (cinco k_i) e mod 2fam (t), modelo de duas famílias (dois k_i), que consideram a degradação das condições de flotação ao longo do tempo.

4.1 | Recuperação por arraste

Nas Figuras 7, 8 e 9 são apresentadas as recuperações por arraste determinadas pelo modelo de Ross e pelos quatro tipos do modelo cinético, para o óxido de ferro, óxido de titânio e óxido de manganês, respectivamente.

Verificamos que para cada um dos quatro tipos do modelo cinético, os três óxidos apresentam resultados semelhantes, resultado de se considerar que o grau de arraste é igual para todos os minerais existentes.

Para os três óxidos, os modelos cinéticos de duas (mod 2fam (t)) e de cinco famílias (mod 5fam (t)) de minerais, que contemplam a degradação das condições de flotação ao longo do tempo, apresentam recuperações por arraste semelhantes às do modelo de Ross.

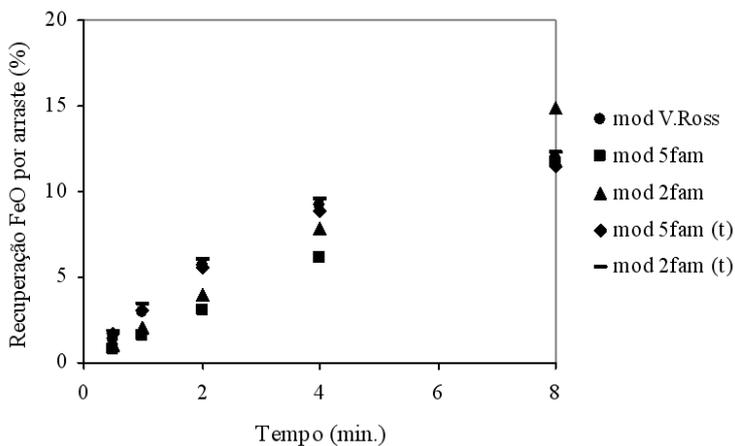


Figura 7 - Recuperação por arraste do **óxido de ferro** estimada pelo modelo de Ross e pelos quatro tipos do modelo cinético.

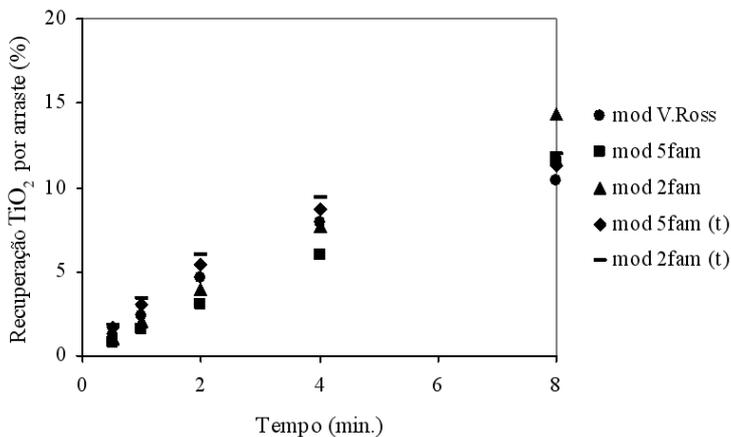


Figura 8 - Recuperação por arraste do **óxido de titânio** estimada pelo modelo de Ross e pelos quatro tipos do modelo cinético.

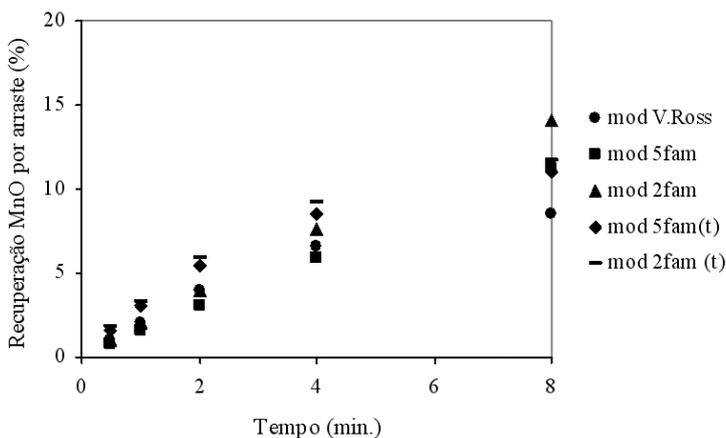


Figura 9 - Recuperação por arraste do óxido de manganês estimada pelo modelo de Ross e pelos quatro tipos do modelo cinético.

4.2 | Recuperação por flotação verdadeira

Nas Figuras 10, 11 e 12 é representada a evolução, ao longo do tempo, das recuperações por flotação verdadeira dos três óxidos estimadas pelos modelos em análise.

Verificamos que, para os três óxidos, os modelos cinéticos de duas (mod 2fam (t)) e de cinco famílias (mod 5fam (t)) de minerais, que contemplam a degradação das condições de flotação ao longo do tempo, conduzem a recuperações por flotação verdadeira semelhantes às do modelo de Ross. Os modelos cinéticos que não contemplam a degradação das condições da flotação ao longo do ensaio (mod 2fam e mod 5fam) apresentam resultados ligeiramente diferentes às do modelo de Ross, sobretudo para maiores tempos de flotação.

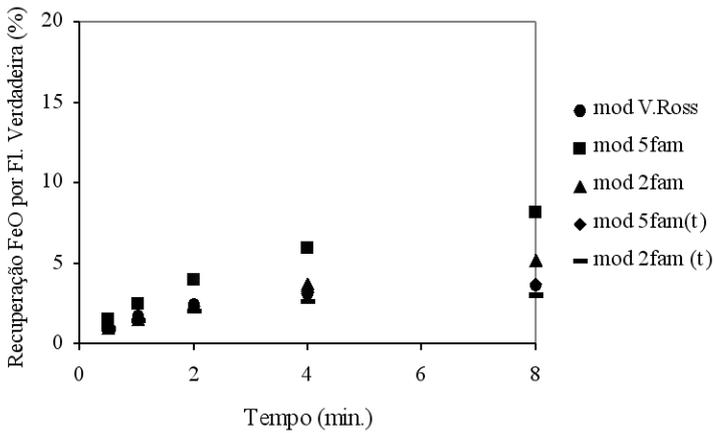


Figura 10 - Recuperação por flotação verdadeira do óxido de ferro, estimada pelo modelo de Ross e pelos quatro tipos do modelo cinético.

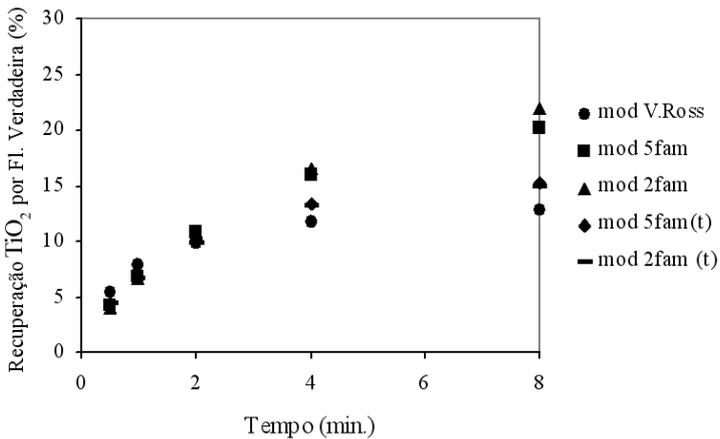


Figura 11 - Recuperação por flotação verdadeira do óxido de titânio, estimada pelo modelo de Ross e pelos quatro tipos do modelo cinético.

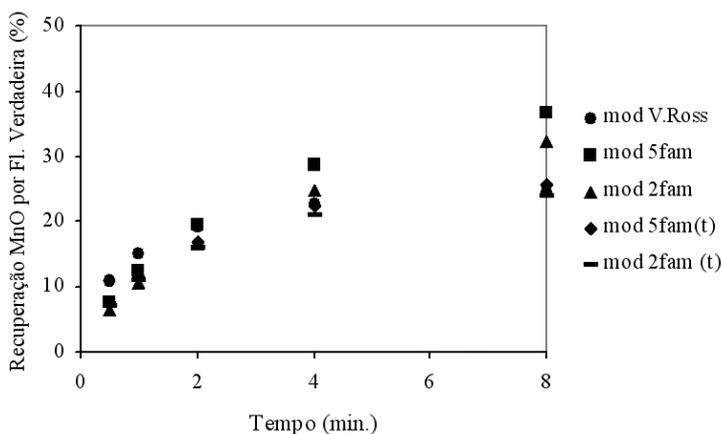


Figura 12 - Recuperação por flotação verdadeira do óxido de manganês estimada pelo modelo de Ross e pelos quatro tipos do modelo cinético.

Dada a qualidade do ajuste do modelo cinético, com degradação das condições de flotação ao longo do tempo, e a semelhança das recuperações por arraste e por flotação verdadeira com às estimadas pelo modelo de Ross, é legítimo concluir que o modelo cinético proposto (equação 12) descreve satisfatoriamente o comportamento dos minerais no processo de flotação.

Apesar do estudo comparativo realizado, devemos salientar que o modelo de Ross é aplicado sobre a recuperação experimental, significando que a soma da recuperação por arraste com a recuperação por flotação verdadeira é igual à recuperação experimental. Já as recuperações por arraste e por flotação verdadeira determinadas pelo modelo cinético são condicionadas pela recuperação total estimada, pois a soma daquelas duas recuperações é igual à recuperação estimada, e não à recuperação experimental. Assim, se a qualidade do ajuste do modelo cinético não for aceitável, a comparação de cada uma daquelas recuperações fica comprometida.

5 | CONCLUSÕES

O modelo proposto constitui um modelo interpretativo, pois o ajuste foi aplicado diretamente aos dados experimentais e os parâmetros cinéticos separam, de forma clara, os efeitos da flotação verdadeira e do arraste, e traduzem o diferente grau de flotabilidade dos minerais presentes. Deste modo, trata-se de um verdadeiro modelo no sentido em que, assumindo-se como uma descrição particular da realidade, sobre ele podem ser avaliadas, para um determinado tempo de flotação, as percentagens de recuperações obtidas por flotação verdadeira e por arraste.

Elevado número de minerais hidrofóbicos, correspondendo a cada um deles um coeficiente de flotação, conduz à instabilidade do modelo, sendo este comportamento mais evidente para os minerais de menor contribuição ou importância, como é o caso da turmalina e do rutilo.

O tamanho das partículas influencia fortemente o processo de flotação. Podemos afirmar que a taxa de flotação aumenta linearmente com o tamanho das partículas, e a taxa de arraste diminui logaritmicamente com o tamanho.

Em ensaios descontínuos, em que as condições de flotação se degradam ao longo do ensaio, as taxas de flotação e de arraste diminuem fortemente com o tempo.

As recuperações por arraste e por flotação verdadeira, estimadas pelo modelo cinético que contempla a degradação das condições de flotação ao longo do tempo (equação 12), apresentam valores semelhantes àqueles estimados pelo modelo de Ross.

6 | BIBLIOGRAFIA

- Anfruns, J.F., Kitchener, J.A., 1977.** Rate of capture of small particles in flotation. *Trans. Inst. Min. Metall. (Sect. C: Mineral Process. Extr. Metall.)*, 86: C9-C15.
- Dowling, E.C., Klimpel, R.R. e Aplan, F.F., 1985.** Model Discrimination in the Flotation of a Porphyry Copper Ore. *Minerals and Metallurgical Processing*, 88-101.
- Feteris, S.M., Frew, J.A. e Jowett, A., 1987.** Modelling the Effect of Froth Depth in Flotation. *Int. J. Miner. Process.*, 20: 121-135.
- Finch, J.A., e Dobby, G.S., 1990.** Column Flotation, Pergamon Press, Oxford, 180.
- Holtham, P.N. e Cheng, Ta-Wui, 1991.** Study of Probability of Detachment of Particles From in Flotation. *Trans. Instn. Min. Metall. (Sect. C: Miner. Process. Extr. Metall.)*, 100: C147-C153.
- Kirjavainen, V.M., Laapas, H.R., 1988.** A Study of Entrainment Mechanism in Flotation. XVI International Mineral Congress, edited by E. Forssberg Elsevier Science Publishers B.V., 665-677.
- Kirjavainen, V.M., 1989.** Application of a Probability Model for the Entrainment of Hydrophilic Particles in Froth Flotation. *Int. J. Miner. Process.*, 27: 63-74.
- Kirjavainen, V.M., 1992.** Mathematical Model for the Entrainment of Hydrophilic Particles in Froth Flotation. *Int. J. Miner. Process.*, 35: 1-11.
- Luttrell, G.H. e Yoon, R.H., 1991.** A Flotation Column Simulator Based on Hydrodynamic Principles. *Int. J. Miner. Process.*, 33: 355-368.
- Nguyen Van, A., 1993.** On the Sliding Time in Flotation. *Int. J. Miner. Process.*, 37: 1-25.

- Pita, F.A.G., 2000.** Processamento por Flotação do Caulino de Olho Marinho. Contribuição Para o Estudo do Fenómeno de Arraste em Flotação de Polpas com Partículas de Calibre Muito Fino. *Tese de Doutorado, FCTUC, 483.*
- Reay, D. e Raticiff, G.A., 1973.** Removal of Fine Particles From Water by Dispersed air Flotation: Effects of Bubbles Size and Particle Size on Collection Efficiency. *Can. J. Chem. Eng., 51: 178-185.*
- Reay, D. e Raticiff, G.A., 1975.** Experimental Testing of the Hydrodynamic Collision Model of Fine Particle Flotation. *Can. J. Chem. Eng., 53: 481-486.*
- Ross, V., 1990.** Flotation and Entrainment of Particles During Batch Flotation Tests. *Minerals Engineering, Vol.3, nº3/4, 245-256.*
- Tomlinson, H.S. e Fleming, M.G. 1963.** Flotation Rate Studies. in "Mineral Processing", ed. A.Roberts, Pergamon Press.

SÉRIES CETEM

As Séries Monográficas do CETEM são o principal material de divulgação da produção científica realizada no Centro. Até o final do ano de 2006, já foram publicados, eletronicamente e/ou impressos em papel, cerca de 200 títulos, distribuídos entre as seis séries atualmente em circulação: Rochas e Minerais Industriais (SRMI), Tecnologia Mineral (STM), Tecnologia Ambiental (STA), Estudos e Documentos (SED), Gestão e Planejamento Ambiental (SGPA) e Inovação e Qualidade (SIQ). A Série Iniciação Científica consiste numa publicação eletrônica anual.

A lista das publicações poderá ser consultada em nossa homepage. As obras estão disponíveis em texto completo para download. Visite-nos em www.cetem.gov.br/series.

Últimos números da Série Tecnologia Mineral

- STM-84 - Interação entre Cimentos Asfálticos e seus Constituintes com Agregados Minerais na Formação do Asfalto** Roberto Carlos da C. Ribeiro, Julio Cesar Guedes Correia e Peter Rudolf Seidl, 2005
- STM-83 - Influência da aeração numa coluna BATCH.** Fernando A. G. Pita, 2004.
- STM-82 - Modelagem molecular aplicada à flotação de minerais - Estudo de casos.** Júlio Cesar Guedes Correia, Laurindo de Sales Leal Filho e Peter Rudolf Seidl, 2002.
- STM-81 - Beneficiamento Mineral: potencialidades dos microrganismos como reagentes de flotação.** Luciana Maria Souza Mesquita, Fernando A. Freitas Lins e Maurício Leonardo Torem, 2002.
- STM-80 - Instrumentação de uma coluna piloto para desenvolvimento de técnicas de controle avançadas.** Maria Auxiliadora Muanis Persechini, Fábio Gonçalves Jota, Maria Lúcia Magalhães de Oliveira, Antônio E. Clark Peres, 2002.
- STM-79 - Mecanismos atuantes na concentração gravítica e principais equipamentos utilizados na concentração centrífuga.** Regina Coeli Casseres Carrisso e Arthur Pinto Chaves, 2002.
- STM-78 - Minerais Coloidais, Teoria DLVO Estendida e Forças Estruturais.** Fernando Freitas Lins e Rupen Adamian, 2000.

INFORMAÇÕES GERAIS

CETEM – Centro de Tecnologia Mineral

Avenida Pedro Calmon, 900 – Cidade Universitária

21941-908 – Rio de Janeiro – RJ

Geral: (21) 3867-7222 - Biblioteca: (21) 3865-7218 ou 3865-7233

Telefax: (21) 2260-2837

E-mail: biblioteca@cetem.gov.br

Homepage: <http://www.cetem.gov.br>

NOSSAS PUBLICAÇÕES

Se você se interessar por um número maior de exemplares ou outro título de uma das nossas publicações, entre em contato com a nossa biblioteca no endereço acima.

Solicita-se permuta.

We ask for interchange.

Esta publicação foi composta nas famílias
tipográficas Frutiger e The Sans. Impressa na
gráfica Imprinta em papel Couchê Matte 90gr/m².